Fundació Ferran Sunyer i Balaguer

Convocatòries del 2011

fundació FERRAN SUNYER I BALAGUER
Institvt d'Estvdis Catalans

Premi Ferran Sunyer i Balaguer de Matemàtiques

- Ofert a una monografia escrita en anglès que exposi els resultats més destacats d'una àrea de les matemàtiques en la qual s'hagin produït avenços recentment. L'obra ha de tenir un mínim de cent cinquanta fulls, no pot estar subjecta a copyright i no ha d'haver estat sotmesa a cap empresa editorial per a ésser publicada.
- La dotació del premi, 15.000 €, i l'obra guanyadora serà publicada en la col·lecció «Progress in Mathematics», de l'editorial Birkhäuser Verlag.

Termini per a la presentació de candidatures: 3 de desembre de 2010 a les 13 h.

Premi Matemàtiques i Societat

- Ofert a reportatges o activitats en qualsevol llengua, de caràcter generalista, sobre qualsevol aspecte de les matemàtiques (ensenyament, recerca, divulgació, presència en la societat), produïts als Països Catalans en els dotze mesos anteriors a la data de resolució.

Termini d'admissió de candidatures: deu dies abans de la resolució. El jurat resoldrà l'adjudicació del premi abans del dia 19 de març de 2011.

Borses Ferran Sunyer i Balaguer

- Ofertes als millors projectes d'estudi o de recerca matemàtica relacionats amb la tesi doctoral. Els sol·licitants han d'ésser estudiants de doctorat de matemàtiques d'una universitat dels Països Catalans, en el tram final de la tesi doctoral.
- L'objectiu d'aquestes borses és reforçar la formació en recerca dels estudiants premiats mitjançant l'estada d'entre un i tres mesos d'estudi o de recerca en una institució fora de l'àmbit geogràfic de la universitat d'origen.

Les sol·licituds s'han de trametre abans del dia 28 de febrer de 2011 a les 14 hores. La resolució de la convocatòria es farà abans del dia 20 de març de 2011.

Més informació: http://ffsb.iec.cat

Guardonats en la convocatòria del 2010

• El Premi Ferran Sunyer i Balaguer de Matemàtiques ha estat atorgat a Carlo Mantegazza, de l'Escola Normal Superior de Pisa, per la monografia titulada *Lecture notes on mean curvature flow*.

• El Premi Matemàtiques i Societat ha estat atorgat al reportatge «Un lenguaje llamado matemáticas» de la secció «Opinión. Temas de debate», dirigit per Pau Baquero i publicat a *La Vanguardia* el 17 de maig de 2009.

• Les Borses Ferran Sunyer i Balaguer han estat atorgades a Oriol Farràs Ventura, per a dur a terme una estada de recerca d'un mes a l'Institut de Teoria de la Informació i Automatització de Praga (República Txeca), sota la tutela de Frantiek Matú; Ismael González Yero, per a dur a terme una estada de recerca de tres mesos a la Universitat Politècnica de Gdansk (Polònia),

sota la tutela de Magdalena Lemańska; Santiago Molina Blanco, per a dur a terme una estada de recerca de tres mesos a la Universitat de Bielefeld (Alemanya), sota la tutela de Michael Spiess i a Set Pérez González, per a dur a terme una estada de recerca de tres mesos a la Universitat de Hasselt (Bèlgica), sota la tutela de Freddy Dumortier.

Els premis i borses de la Fundació foren lliurats el passat 22 d'abril en l'acte de lliurament de premis i borses d'estudis de l'Institut d'Estudis Catalans.

Ressenyes d'obres guardonades

Lecture notes on mean curvature flow, Carlo Mantegazza.

Premi FSB de Matemàtiques 2010

El flux de curvatura mitjana (*mean curvature flow*, MCF) és una equació en derivades parcials (EDP) no lineal i de tipus calor. Apareix en l'evolució d'interfícies de nombrosos models físics. De fet, el flux de curvatura mitjana és un flux de tipus gradient del funcional d'àrea i, per tant, apareix de manera natural en problemes en els quals es minimitza alguna energia de superfície. És també un exemple de flux geomètric de varietats de Riemann. Una família de superfícies evoluciona sota el flux de curvatura mitjana si la velocitat en la direcció normal en la qual es mou cada punt de la superfície ve donada per la curvatura mitjana de la superfície. Per exemple, una esfera evoluciona sota el flux de curvatura mitjana encongint-se uniformement. Un exemple conegut de flux de curvatura mitjana és l'evolució de les pel·lícules de sabó.

Com una aplicació important, els algorismes basats en el flux de curvatura mitjana s'han desenvolupat àmpliament en el camp del tractament automàtic de dades digitals, en particular de les imatges. Això és a causa de l'efecte regulador del flux, una conseqüència de la naturalesa parabòlica de l'EDP.

A més, hi ha una forta connexió entre el flux de curvatura mitjana i certes EDP de reacció-difusió. Considerem, per exemple, l'equació d'Allen-Cahn,

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \Delta u - \frac{1}{\varepsilon^2} W'(u),$$

on $W(u) = (1-u^2)^2$ és un potencial amb dos pous a la mateixa alçada. A mesura que ε tendeix a zero i sota les hipòtesis adequades, es pot demostrar que la solució u_ε de l'equació d'Allen-Cahn, amb condicions inicials fixades, convergeix a una funció que només assumeix els valors ± 1 en regions separades per una frontera que evoluciona pel flux de curvatura mitjana.

Una motivació més per a l'estudi del flux de curvatura mitjana prové de les analogies entre el flux de Ricci de mètriques en varietats de Riemann i el flux de curvatura mitjana. El flux de Ricci és un flux intrínsecament geomètric (un procés que deforma la mètrica d'una varietat de Riemann) d'una manera similar a la propagació de la calor, allisant així les irregularitats de la mètrica. Té un paper fonamental en la solució de Grigori Perelman de la conjectura de Poincaré; en aquest context és també anomenat *flux de Ricci-Hamilton*. De fet, molts resultats valen, cosa que probablement no havia estat mai escrita fins ara de manera similar tant per al MCF com per al flux de Ricci, i moltes idees s'han transportat amb èxit d'un camp a l'altre. Com a aplicacions geomètriques, es pot utilitzar el MCF com una eina per obtenir resultats de classificació d'hipersuperfícies satisfent certes condicions de curvatura, o per deduir desigualtats isoperimètriques, o per construir superfícies minimals. Igual que en el programa de Hamilton per al flux de Ricci, un pas fonamental per aplicar aquestes tècniques és la definició d'un flux amb cirurgies, o de nocions feblement generalitzades de flux, que ens permetin passar a través de les singularitats d'una manera controlada.

Vegem, a continuació, una definició precisa de la MCF. Sigui $\varphi_0 \colon M \to \mathbb{R}^{n+1}$ una immersió suau d'una varietat suau n-dimensional a l'espai euclidià, $n \geqslant 1$. L'evolució de $M_0 = \varphi_0(M)$ pel flux de curvatura mitjana és la família suau uniparamètrica d'immersions $\varphi \colon M \times [0,T) \to \mathbb{R}^{n+1}$ que satisfà

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial t}\varphi(p,t) = \mathrm{H}(p,t)\nu(p,t) \\ \varphi(p,0) = \varphi_0(p), \end{cases}$$

on $H(p,t)$ i $\nu(p,t)$ són, respectivament, la curvatura mitjana i la normal de la hipersuperfície

$M_t = \varphi_t(M)$ en el punt $p \in M$, on $\varphi_t = \varphi(\cdot, t)$. Es pot comprovar que $\mathrm{H}(p,t)\nu(p,t) = \Delta\varphi(p,t)$, on Δ és l'operador de Laplace-Beltrami a M amb la mètrica induïda per la immersió φ_t. Per tant, el flux de curvatura mitjana pot considerar-se com una mena d'equació de la calor geomètrica. En particular, es pot demostrar que és un problema parabòlic i té solució única per a temps petits. A més, les solucions compleixen principis de comparació i estimacions per a les seves derivades, com en el cas de les equacions parabòliques a l'espai euclidià. El flux de curvatura mitjana no és, però, una equació de la calor lineal, ja que el mateix operador de Laplace-Beltrami evoluciona i canvia en el temps com la mateixa hipersuperfície. En particular, en contrast amb l'equació de la calor clàssica, el flux de curvatura mitjana és un sistema d'evolució no lineal (de fet, quasilineal), i les solucions existeixen, en general, només en un interval de temps finit.

En aquesta monografia, l'autor presenta la teoria paramètrica clàssica del MCF, principalment desenvolupada per Hamilton i Huisken. Les eines principals per a l'anàlisi són estimacions *a priori* per a EDP quasilineals, sovint basades en un ús intel·ligent del principi del màxim, en el mateix esperit que els resultats obtinguts per Hamilton per al flux de Ricci.

La monografia està pensada i és molt adequada per a un bon curs de tipus doctoral o postdoctoral, o per a qualsevol persona interessada en una bona introducció a les qüestions tècniques i substancials del tema. Totes les demostracions estan curosament escrites, amb tots els detalls, sense assumir prerequisits gaire profunds, només alguns dels principis màxims en EDP i certs fonaments de geometria riemanniana. Algunes demostracions estan simplificades (o contenen més comentaris) que les originals. Les notes no presenten les aportacions que provenen d'altres enfocaments, en particular, ni teoria de la mesura geomètrica ni de la formulació dels conjunts de nivell.

Les notes recopilen, revisen a vegades, afegeixen detalls, posen junts sota el mateix context i, en definitiva, organitzen gran quantitat de material fonamental en l'anàlisi del MCF, amb especial atenció a la formació de singularitats i la classificació de la seva forma asimptòtica. En la literatura aquests resultats es troben disseminats entre uns deu o vint articles, publicats en un període d'uns vint anys. Per exemple, les notes contenen en un apèndix una prova completa i detallada del teorema d'existència curta (a la Polden-Huisken) per a EDP parabòliques i quasilineals. També contenen una bibliografia exhaustiva i curosament seleccionada i suggeriments per llegir més informació sobre el tema.

L'anàlisi de la formació de singularitats i la classificació de la seva forma asimptòtica estan gairebé completades per algunes categories d'hipersuperfícies. Per a d'altres, sembla difícil i lluny de ser complet. En el capítol 6, l'autor descriu l'estat actual d'aquest tema. Conté problemes oberts, direccions de recerca, i una discussió dels resultats recents sobre el procediment de cirurgia de Huisken-Sinestrari amb la finalitat d'usar el MCF per obtenir resultats topologicogeomètrics sobre hipersuperfícies immerses en l'espai euclidià.

Carlo Mantegazza, autor de l'obra,[1] nascut el 1970, és investigador a la Scuola Normale Superiore di Pisa (Itàlia) en el camp del càlcul de variacions, EDP no lineals i teoria geomètrica de la mesura. Va rebre el Premi Bartolozzi el 2003. Ha estat professor convidat en institucions com l'Institut Tecnològic de Massachusetts, l'Institut Henri Poincaré a París, la Universitat París VI, l'Institut Max Planck de Leipzig, i el CRM a Bellaterra.

Xavier Cabré
ICREA-UPC

«Un lenguaje llamado matemáticas». Premi Matemàtiques i Societat 2010

Amb la finalitat d'estimular la presència de les matemàtiques en els mitjans de comunicació, la Fundació Ferran Sunyer i Balaguer convoca anualment el «Premi Matemàtiques i Societat» reportatges o activitats en qualsevol llengua, de caràcter generalista, sobre qualsevol aspecte de les matemàtiques (ensenyament, recerca, divulgació, presència en la societat), produïts als Països Catalans.

[1] Amb contribucions de Manolo Eminenti i Annibale Magni.

En l'edició del 2010, el premi ha estat atorgat al reportatge «Un lenguaje llamado matemáticas» de la secció «Opinión. Temas de debate», dirigit per Pau Baquero i publicat a *La Vanguardia* el 17 de maig de 2009. Els autors són Sebastià Xambó i Sebastian del Baño Rollin. Per a recalcar la temàtica altament divulgativa de l'article, en reproduïm una traducció al català.[1]

«Un llenguatge anomenat matemàtiques»

La grandesa de les matemàtiques és inequívoca si ens posem en la perspectiva de la seva història mil·lenària. La seva esplendor és manifesta per a qualsevol que tingui l'ocasió de fer-se càrrec de la ubiqüitat de les seves funcions en les societats desenvolupades. Quins són els secrets d'aquestes prodigioses circumstàncies? Concerneixen només a especialistes?

«Imprescindibles i belles», Sebastià Xambó

Des d'un punt de vista pràctic, el secret més accessible de les matemàtiques és que es tracta d'un llenguatge precís i universal per a la ciència i la tecnologia. El seu funcionament, en aquest sentit, és esquemàticament aquest: s'imagina un *model* de la situació que interessa estudiar per *abstracció dels seus aspectes essencials*; s'obtenen, per *deducció i càlcul*, resultats (prediccions) sobre les variables d'interès; i es comprova si aquests valors concorden amb els de les observacions. Naturalment, només poden ser profitosos els models (també anomenats *teories*) per als quals la concordança entre prediccions i observacions és acceptable en un determinat domini. Actualment, per exemple, els populars models meteorològics permeten predir el temps que farà d'aquí a uns pocs dies, en qualsevol zona del món. Aturem-nos un moment per a subratllar l'analogia entre aquest *modus operandi* (anomenat *mètode científic* o *hipoteico-deductiu*) i el del llenguatge ordinari. La clau d'aquesta analogia està en el fet que les nostres ments no poden posseir la realitat, sinó només *idees* sobre la suposada realitat. Dit d'una altra manera, la *realitat* queda representada per sistemes d'idees que poden anomenar-se *mapes mentals*, o *codis interns*, per semblança amb l'ús de mapes gràfics per a situar-nos i moure'ns en un territori. Aquests *mapes* o *models mentals* amb què *construïm* la realitat generalment tenen l'origen en l'educació rebuda, en les experiències viscudes, i només una part incorporen el compromís de la disciplina científica.

Tornem a les teories científiques. Entre les més acreditades per la seva generalitat, precisió, simplicitat i bellesa hi ha les de la ciència física. Proposades per noms com Euclides (geometria = mesura de la Terra), Newton, Euler, Maxwell, Einstein..., i perfeccionades per molts d'altres, ens proporcionen la visió actual del món físic, de les seves lleis i de les seves aplicacions tecnològiques. Pensem, per exemple, en els sistemes de posicionament global (com el GPS o el futur sistema europeu Galileu) i les seves aplicacions. Les trajectòries dels satèl·lits es regeixen per les lleis de Newton, les quals pressuposen la geometria; alhora, la rotació d'un satèl·lit sobre si mateix obeeix les equacions d'Euler sobre el sòlid rígid; les comunicacions s'estableixen mitjançant ones electromagnètiques predites per Maxwell l'any 1862 a partir de les seves equacions, i descobertes per Hertz el 1888; la indispensable sincronització dels rellotges atòmics del sistema es fonamenta en la teoria de la relativitat d'Einstein...

A més d'un llenguatge precís i universal per a la ciència i la tecnologia, hi ha un altre secret que explica la grandesa de les matemàtiques. Més amagat, però afortunadament la seva essència es pot captar per analogia amb el que succeeix en el cas del llenguatge ordinari. Al costat dels múltiples usos pràctics d'una llengua, com per exemple en les notícies donades pels mitjans de comunicació, la llengua en si és també vehicle literari (poesia, novel·la, teatre), i en aquests afers, la referència a la realitat real és, com a mínim, secundària i, tot sovint irrellevant. Doncs bé, el mateix passa amb el llenguatge de les matemàtiques, que es pot usar en una modalitat interna, que metafòricament podem anomenar *poètica*, per a expressar les troballes d'un pensament dirigit a explorar l'univers de conceptes matemàtics (nombres, figures, algorismes...) i les seves relacions recíproques. Aquestes troballes, que per als matemàtics tenen la mateixa importància que l'*Odissea* o la *Divina Comèdia* puguin tenir per al patrimoni cultural, només en comptades ocasions són notícia als mitjans, com va ser el cas de la demostració de l'anomenat

[1] Traduït amb el permís de *La Vanguardia* i dels autors, S. Xambó i S. del Baño Rollin. *La Vanguardia* (17 de maig de 2009), pàgina 30.

últim teorema de Fermat (Wiles, 1995) o *de la conjectura de Poincaré* (Perelman, 2006).

L'aspecte poètic de les matemàtiques també hauria d'interessar totes les persones que volen estar ben informades. En efecte, la història de la ciència ens mostra que els dos secrets a què hem fet referència es comuniquen constantment, en el sentit que els problemes sorgits del món real condueixen invariablement a matemàtiques del màxim interès, i viceversa (la qual cosa resulta encara més enigmàtica), molts descobriments i construccions de naturalesa purament matemàtica acaben sent la clau d'innovadores aplicacions. És a dir, la frontera entre matemàtica pura i aplicada és tan borrosa com la que separa la realitat de la ficció en l'univers literari o, fins i tot, la vida ordinària.

Finalment, voldria fer esment d'un últim aspecte. Atès que l'educació exerceix un paper fonamental en la construcció de la societat del coneixement, convindria que el desenvolupament dels talents especials no es veiés coartat per una malentesa uniformitat. Sempre s'ha fet amb el talent esportiu, sense que hagi anat en detriment d'una sòlida formació en valors socials.

«El col·lapse financer», Sebastian del Baño Rollin

S'ha escrit molt sobre les matemàtiques en connexió amb la crisi creditícia, en alguns casos amb més encert que en d'altres. El cert és que les finances avui impliquen una quantitat important de matemàtiques bastant sofisticades. Els analistes quantitatius, anomenats *quants*, per exemple, són doctors en matemàtiques o en física que desenvolupen complexos models de valoració i gestió de riscos per a les tresoreries de bancs i *hedge funds*. Ara es dóna la circumstància que els *quants* han estat de vegades culpats dels mals del món financer.

La realitat, una mica menys ficticia, és que creen models aproximatius que requereixen els usuaris tècnicament competents. Si el model s'usa a cegues fora del seu rang d'aplicabilitat, com una recepta màgica, el resultat sol ser catastròfic. És com intentar assecar una mascota al microones. Això va passar amb l'equació del doctor Li, matemàtic avui en reclusió mediàtica a la Xina, de vegades qualificada com la «fórmula que va enfonsar Wall Street»:[2]

$$\mathbb{P}(X < x, Y < y) = C_\rho(\mathbb{P}(X < x), \mathbb{P}(Y > y))$$

que fou usada per a valorar els anomenats *productes derivats tòxics*. Aquesta expressió relaciona la probabilitat de bancarrota simultània de dos actius, com poden ser dues hipoteques *subprime*, amb les probabilitats individuals de bancarrota mitjançant un misteriós paràmetre ρ, anomenat *correlació*. El problema és que aquesta ρ és un nombre inestable que en temps de bonança, quan la bancarrota d'una hipoteca a Iowa no afecta les potencials fallides a Florida, s'acosta a zero, mentre que en períodes de crisi creix de manera significativa. Per a usar la fórmula de Li, es va estimar en funció d'un passat benigne, que ρ era propera a zero.

De fet, ja a l'any 2006 el mateix doctor Li va avisar del perill d'usar la seva fórmula sense entendre-la. Però el seu advertiment no va servir de gaire, atès que a l'any 2008 el total nocional en carteres d'aquest tipus de productes havia ascendit a l'astronòmica xifra de 45 bilions de dòlars, unes tres vegades el producte interior brut dels Estats Units. Tal com coincideixen a apuntar els experts, el problema és més d'ignorància matemàtica que de l'ús d'aquesta disciplina.

És el missatge que posa de relleu el *Financial Times* al seu editorial «Matemàtiques i mercats» del passat 21.03.2009: «El món financer apreciarà llavors la veritable equació: mercats menys matemàtiques igual a desastre».

[2] Essencialment com a conseqüència del teorema de la funció inversa es pot veure que la funció cumulativa de probabilitat de dues variables aleatòries s'escriu com a funció de les seves marginals: $\mathbb{P}(X < x, Y < y) = C(\mathbb{P}(X < x), \mathbb{P}(Y < y))$, on $C\colon [0,1]^2 \to [0,1]$ és una funció anomenada *còpula*, que codifica la relació de codependència de les variables. Per exemple, les variables són independents si i només si $C(u,v) = uv$. En el cas d'una variable gaussiana estàndard bivariada amb correlació ρ, la funció C es diu la *còpula gaussiana* amb correlació ρ, i es pot escriure explícitament com $C_\rho(u,v) = \frac{1}{2\pi\sqrt{1-\rho^2}} \int_{-\infty}^{x^*} \int_{-\infty}^{y^*} \exp\left(-\frac{x^2+y^2-2\rho xy}{2(1-\rho^2)}\right) dxdy$, on x^* i y^* estan definits implícitament per $\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x^*} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) dx = u$, i $\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{y^*} \exp\left(-\frac{y^2}{2}\right) dy = v$. Un truc habitual, al qual fa al·lusió l'article (dit la fórmula de Li quan X i Y són els temps de fallida d'una institució) quan tenim marginals però no la llei conjunta, és estimar un paràmetre ρ i postular $\mathbb{P}(X < x, Y < y) = C_\rho(\mathbb{P}(X < x), \mathbb{P}(Y < y))$ usant la còpula gaussiana C_ρ descrita abans. El problema és que sovint els règims de correlació de variables financeres no són constants i, per tant, la còpula gaussiana no és un bon descriptor de la realitat física. Per exemple, els actius que integren un índex de borsa solen tenir una correlació més elevada quan hi ha períodes de crisi, quan la borsa puja es comporten més independentment.

Oriol Farràs Ventura, «Esquemes de compartició de secrets».
Borsa Ferran Sunyer i Balaguer 2010

Sóc estudiant de doctorat de la UPC. Vaig defensar la tesi el juliol del 2009. La tesi de l'àmbit de criptografia fou dirigida pel professor Carles Padró Laimon del Departament de Matemàtica Aplicada IV de la UPC. He seguit el Programa de doctorat de Matemàtica Aplicada de la UPC. Sóc llicenciat en matemàtiques i enginyer en telecomunicació per la UPC, i vaig seguir el pla de doble titulació del Centre de Formació Interdisciplinària Superior.

L'estada de recerca que m'ha estat becada amb la Borsa Ferran Sunyer i Balaguer es durà a terme a Praga, al Departament de Decision Making Theory de l'Institut de la Teoria de la Informació i Automatització de l'Acadèmia de les Ciències de la República Txeca. El responsable de l'estada és l'investigador Frantiek Matú.

El tema de recerca d'aquesta estada són els esquemes de compartició de secrets. Aquests esquemes permeten dividir un secret en diversos fragments, de manera que el secret només es pot recuperar a partir de certs conjunts de fragments, i per a la resta de conjunts és impossible obtenir cap informació referent al secret. Els esquemes de compartició de secrets són incondicionalment segurs, la seva seguretat no depèn de cap assumpció computacional. A causa d'aquesta propietat, són una primitiva molt important en la construcció de protocols criptogràfics.

El problema que es tractarà en aquesta estada és l'optimització de la longitud dels fragments dels esquemes de compartició de secrets. Aquest problema obert s'ha abordat des de camps molt diversos de les matemàtiques. En particular, s'ha demostrat que existeix una relació estreta entre els esquemes de compartició de secrets i els matroides i polimatroides. Durant aquesta estada s'estudiaran els polimatroides booleans i els polimatroides entròpics per tal d'obtenir nous resultats en aquest problema.

Ismael González Yero, «Contribució a l'estudi de dominació en grafs».
Borsa Ferran Sunyer i Balaguer 2010

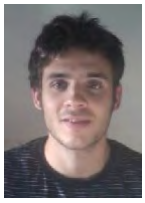
Llicenciat en matemàtiques a la Universitat d'Orient, Santiago de Cuba, des de l'abril de 2003 i, posteriorment, professor instructor del Departament de Matemàtiques de l'Instituto Superior Minero Metalúrgico de Moa, Cuba, fins al març del 2007 des del setembre de 2007 fins a l'actualitat gaudeixo d'una beca predoctoral a la Universitat Rovira i Virgili, i formo part del grup de recerca de matemàtica discreta del Departament de Matemàtiques i Informàtica, on faig la tesi doctoral sota la direcció del doctor Juan A. Rodríguez Velázquez. Recentment, m'ha estat concedida una Borsa Ferran Sunyer i Balaguer per realitzar una estada de recerca de tres mesos a la Universitat Politècnica de Gdansk, Polònia, sota la direcció de la doctora Magdalena Lemańska.

La tesi titulada «Contribució a l'estudi de dominació en grafs» s'emmarca dins el camp de la teoria de grafs. Un dels seus objectius principals és establir propietats matemàtiques dels conjunts dominants i dominants condicionals, així com les seves relacions amb altres paràmetres del graf. Els orígens de l'estudi de dominació en grafs es remunten a alguns problemes vinculats al joc d'escacs. D'acord amb les regles del joc, la dama pot avançar en un moviment, qualsevol nombre de caselles horitzontalment, verticalment o diagonalment. Per tant, la dama pot moure's, atacar o dominar qualsevol d'aquestes caselles esmentades. Al voltant de l'any 1850 alguns estudiosos del tema es van plantejar quin havia de ser el mínim nombre necessari de dames sobre el tauler de manera que en cada casella hi hagués una dama o, en cas contrari, aquesta casella estigués dominada per almenys una dama en una altra posició del tauler. Aquest problema, que té solució cinc, pot ser plantejat de manera general, mitjançant un problema de dominació dels vèrtexs d'un graf. A partir d'aquest problema, s'han desenvolupat diversos tipus de dominació no convencional, els quals han estat

anomenats *dominació condicional*. Així, podem destacar les aliances, els conjunts geodèsics i els conjunts de localització, entre altres tipus de dominació estudiats en l'actualitat. En relació amb aquests conjunts característics es planteja com a problema fonamental el fet de trobar el conjunt dominant de cardinal mínim en un graf. Aquest problema és NP-complet. A causa d'aquest fet i de la seva aplicació en diversos problemes de xarxes complexes, comunitats web, xarxes socials, comportament d'estructures dels compostos químics, entre altres, els estudis de dominació convencional i condicional han estat d'interès de la comunitat científica dedicada a la teoria de grafs.

En la meva tesi pretenc continuar l'estudi de les propietats matemàtiques de les aliances en grafs, els conjunts geodèsics i els conjunts de localització, com a casos particulars d'estructures dominants condicionals. Fins ara s'han obtingut fórmules i fites tenses per als nombres d'aliança globals i les aliances globals frontereres, com a casos especials de conjunts dominants, i com a continuació s'estudiaran els cobriments i els conjunts lliures d'aliances globals i d'aliances fronteres. Anàlogament, s'han obtingut resultats relacionats amb propietats matemàtiques dels conjunts geodèsics i els conjunts de localització d'un graf, particularment s'han estudiat aquestes estructures en els grafs producte cartesià. A més, es pretén estudiar les propietats matemàtiques dels conjunts convexos-dominants, els conjunts convexos-geodèsics, les relacions entre aquests i la seva relació amb els conjunts dominants tradicionals. A l'estada de recerca a la Universitat Politècnica de Gdansk, objecte de la Borsa Ferran Sunyer i Balaguer, pretenc adquirir noves tècniques de treball en la investigació, així com intercanviar idees amb els integrants del grup d'investigacions d'aquesta universitat, especialistes en l'estudi dels paràmetres de dominació en grafs. Específicament, es vol desenvolupar l'estudi dels conjunts convexos-dominants, els conjunts convexos-geodèsics i els conjunts de localització.

Santiago Molina, «Automorphic L-invariants». Borsa Ferran Sunyer i Balaguer 2010



Vaig llegir la tesi doctoral el 7 de juliol de 2010 a la UPC sota la direcció dels professors Josep González i Víctor Rotger, i gaudeixo d'una beca predoctoral I-math associada al programa de recerca *Arithmetic geometry*, que actualment s'està cursant al CRM, Bellaterra.

He estat guardonat amb una Borsa Ferran Sunyer Balaguer per a realitzar una estada de tres mesos a la Universitat de Bielefeld, Alemanya, sota la tutela del professor Michael Spiess.

El projecte a realitzar amb el professor Spiess s'anomena *Automorphic L-invariants*. Aquest projecte aborda les possibles generalitzacions i les propietats functorials de cert tipus d'invariants associats a determinades funcions L p-àdiques. Una funció L clàssica, $L(s)$, és una funció representada com a producte infinit de factors $L(s) = \prod_q L_q(s)$ associats a certs objectes aritmètics o geomètrics. Aquests productes infinits només són convergents per a certs valors de s, però $L(s)$ sovint admet una continuació meromorfa a tot el pla complex i una equació funcional associada. La comprensió d'aquestes funcions analítiques representa un dels reptes més importants de la matemàtica actual. Per exemple, dos dels considerats problemes del millenni, la hipòtesi de Riemann i la conjectura de Birch i Swinnerton-Dyer, estan directament relacionats amb dues de les funcions L més importants: la funció zeta de Riemann $\zeta(s)$ i la funció L associada a una corba el·líptica $L(E; s)$.

Hi ha diverses construccions atribuïdes a diferents autors com Mazur, Tate, Teitelbaum, Darmon i Orton de funcions analítiques en el pla p-àdic que interpolen valors racionals de funcions L clàssiques. L'estudi d'aquestes generalitzacions en el món p-àdic podria ajudar en la recerca de les conjectures clàssiques, ja que aquestes admeten generalitzacions p-àdiques més accessibles i amb les que hem estat capaços de fer més progressos. Aquestes funcions L p-àdiques tenen associades certs invariants que mesuren, en certa manera, la diferència entre les avaluacions de la funció L p-àdica i la funció L clàssica que aquesta interpola en valors crítics de s. El propòsit d'aquesta estada amb el professor Spiess és estudiar propietats d'aquests invariants L, possibles generalitzacions, i el seu comportament functorial.

Set Pérez, «Òrbites periòdiques en equacions diferencials planes: coexistència i funció de retorn». Borsa Ferran Sunyer i Balaguer 2010

Vaig fer la llicenciatura en matemàtiques a la Universitat d'Oviedo en l'especialitat de matemàtica aplicada. El 2005 vaig començar el doctorat a la UAB i el 2006 vaig obtenir una beca FPI asociada al Grup de Sistemes Dinàmics d'aquesta universitat. Amb la Borsa de la Fundació el proper octubre aniré a la Universitat de Hasselt, Bèlgica, sota la tutela de Freddy Dumortier per acabar la tesi i defensar-la l'any vinent.

La tesi correspon a l'àrea d'estudi qualitatiu de sistemes d'equacions diferencials al pla. L'estudi dels cicles límit, òrbites periòdiques aïllades, són uns dels problemes amb més referències bibliogràfiques. En el cas de les equacions diferencials autònomes planes, l'existència, unicitat, localització i quantitat són els problemes principals. En aquest context s'emmarca la segona part del problema 16 de Hilbert, que fa més de 100 anys que és obert i que es pot plantejar de la manera següent:

Pel sistema d'equacions diferencials

$$\begin{cases} \dot{x} = P_n(x,y), \\ \dot{y} = Q_n(x,y), \end{cases}$$

on P_n i Q_n són polinomis de grau n, quin és el nombre màxim, $H(n)$, de cicles límit? Quines són les posicions relatives?

Al llarg del segle XX s'han desenvolupat multitud de tècniques per a resoldre aquest problema. Tot i això, estem lluny de trobar-ne la solució. Actualment hi ha, bàsicament, dues línies d'investigació obertes, les quals es basen en teoremes d'acotació de zeros de funcions analítiques per a trobar fites superiors del nombre de Hilbert, $H(n)$, i les que es basen en la teoria pertorbativa per a trobar fites inferiors del nombre de Hilbert per a famílies concretes. Els primers resultats donen fites molt grans, clarament no òptimes, però resolen el problema de la finitud per a algunes famílies concretes, les equacions de Liénard, per exemple. Per als segons, els cicles límit podrien ser classificats en quatre grans grups: els petits, els mitjans, els grans i els enormes. Els petits s'obtenen a partir de la pertorbació de punts d'equilibri. Els mitjans són els cicles límit que s'obtenen a partir de la pertorbació d'un centre, hamiltonià o no,

$$\begin{cases} \dot{x} = P_n(x,y) + \varepsilon f(x,y), \\ \dot{y} = Q_n(x,y) + \varepsilon g(x,y). \end{cases}$$

Els grans neixen a prop d'una connexió homoclínica o heteroclínica. I els enormes són els que, en alguna direcció, vénen de l'infinit.

En la tesina vaig estudiar els cicles límit petits i mitjans que neixen en pertorbar una família concreta de centres. El problema que es planteja resoldre ara es pot llegir com l'estudi dels cicles límit que neixen d'una connexió homoclínica en aquesta mateixa família. La dificultat del treball estàen el fet que caldrà adaptar i desenvolupar les tècniques actuals de pertorbació al cas en què el punt d'equilibri de la connexió és degenerat.

El treball desenvolupat pel Grup de Sistemes Dinàmics dirigit per Freddy Dumortier, a la Universitat de Hasselt, Bèlgica, al voltant de pertorbacions singulars i *blow-ups* és tan extens que creiem que és el lloc ideal per a estudiar aquest problema.

Altres premis i guardons

Yves Chevallard rep el Premi Hans Freudenthal 2009

L'any 2003 neix el Premi Hans Freudenthal en reconeixement a un «major cumulative program of research» en didàctica de les matemàtiques. L'atorga cada dos anys la Comissió Internacional per a la Instrucció Matemàtica (ICMI) —entitat de l'IMU— juntament amb el Premi Felix Klein destinat a «a lifetime achievement» en aquest camp. Ambdós constitueixen la distinció internacional més important per a la recerca en educació matemàtica.

Enguany l'investigador marsellès Yves Chevallard és qui ha estat guardonat amb el Hans Freudenthal de 2009 en reconeixement de la creació i desenvolupament durant els últims vint-i-